

cod-155
no 1034

RB35592



Library
of the
University of Toronto



Digitized by the Internet Archive
in 2009 with funding from
University of Ottawa

*laisser la couverture
cartonnage soigné*

hommage de B. Boncompagni

N° 12

CINQ LETTRES
DE
SOPHIE GERMAIN
A
CHARLES-FRÉDÉRIC GAUSS

PUBLIÉES PAR

B. BONCOMPAGNI

D'APRÈS LES ORIGINAUX POSSÉDÉS PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE GÖTTINGEN.

BERLIN.

**INSTITUT DE PHOTOLITHOGRAPHIE DES FRÈRES BURCHARD.
IMPRIMERIE DE GUSTAVE SCHADE (OTTO FRANCKE).**

MDCCCLXXX.

CINQ LETTRES

DE

SOPHIE GERMAIN

A

CHARLES-FRÉDÉRIC GAUSS.

IMPRIMERIE DE GUSTAVE SCHADE (OTTO FRANCKE).
BERLIN. — LINIENSTRASSE, 158.

CINQ LETTRES
DE
SOPHIE GERMAIN
A
CHARLES-FRÉDÉRIC GAUSS

PUBLIÉES PAR

B. BONCOMPAGNI

D'APRÈS LES ORIGINAUX POSSÉDÉS PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE GÖTTINGEN.

BERLIN.

**INSTITUT DE PHOTOLITHOGRAPHIE DES FRÈRES BURCHARD.
BRANDENBURGSTRASSE, 44.**

MDCCCLXXX.

Paris ce 21 novembre 1804

Monsieur

Mes Investigations arithmétiques font depuis long-temps l'objet
de votre admiration et de votre intérêt. Je vous envoie
votre uniforme, entre autres choses remarquables, le beau théorème
contenu dans l'équation $A \frac{x^n-1}{x-1} = Y^2 \pm u Z^2$; je crois qu'il
peut être généralisé ainsi $A \frac{x^n-1}{x-1} = Y^2 \pm u Z^2$, u étant
toujours un nombre premier et s un nombre quelconque.
Je joins à ma lettre deux démonstrations de cette généralisation.
Après avoir trouvé la première, j'ai cherché à en trouver une autre
que vous avez employée Art. 35, pourroit être appliquée au cas
que j'ai en vue. J'ai fait ce travail avec d'autant plus
de plaisir, qu'il m'a fourni l'occasion de me familiariser
avec cette méthode, qui, je n'en doute pas, sera encore
dans vos mains l'instrument de nouvelles découvertes.

J'ai ajouté à ces Vob. quelques autres considérations.

$$\begin{aligned}
\text{car, } & s^{10} - 11(s^8 - 4s^6r^2 + 7s^4r^4 - 5s^2r^6 + r^8) \\
&= s^{10} - 11s^8 + 44s^6r^2 - 77s^4r^4 + 55s^2r^6 - r^8 \\
&= s^{10} - 2 \cdot 11s^6r^4 + 11^2r^8s^2 - 11(s^8 - 6s^6r^2 + 9s^4r^4 - 8s^2r^6 + 6s^2r^6 + r^8) \\
&= (s^5 - 11s^3r^4)^2 - 11(s^4 - 3s^2r^2 - r^4)^2
\end{aligned}$$

qui s'appliquent à toutes les valeurs de n , donc pour chaque cas des valeurs de Y et Z indépendantes du tableau.

Si, connaissant les valeurs de Y et Z dans l'équation $A(\frac{x^n-1}{x-1}) = Y^2 \pm n Z^2$ on veut avoir celles de Y' et Z' dans l'équation $A(\frac{x^n+1}{x+1}) = Y'^2 \pm n Z'^2$ il est clair qu'il suffirait de changer les signes de Y et Z dans la première équation.

Je n'ai pas voulu fatiguer votre attention en multipliant les remarques. Mais si vous m'excusez, j'espère que vous accueillerez favorablement celles que j'ai l'honneur de vous communiquer et que vous ne les trouvez pas sans intérêt. Je suis, Monsieur, votre dévoué serviteur.

royes, et Montiers, au prix que j'attends de vous
d'avant de votre part et recevez l'assurance
de mon respect et

Je suis très humblement
votre dévoué
J. B. Stane

Paris 21 juillet 1805

Monsieur

Je suis tout d'abord très obligé de la réponse si bonne que
vous avez bien voulu faire à ma lettre : vous me donnez
l'assurance de votre intérêt pour mon objet de mes études.
Rien au monde ne pourrait me faire plus de plaisir qu'une
semblable correspondance, mais je sens que j'en suis bien peu
digne. Quelle différence en effet entre les faibles notions
dont je suis capable et les méthodes ingénieuses dont l'invention
vous est familière ! cependant puisque vous avez accueilli avec
bonté les notes que je vous ai communiquées je prends la liberté
de vous en soumettre de nouvelles. Vous promettez (N° 267)
de prouver dans une autre occasion que les formes ternaires
dont la déterminante est a^2 sont équivalentes aux formes
binaires ; j'ai cherché à faire la réduction indiquée et j'ai trouvé
que l'on peut les faire adjointes à l'indéterminée a^2
multiplier par a^2 et obtenir la forme binaire

Je vois avec regret qu'il vous faudra attendre, peut-être plusieurs années, la publication de vos nouvelles recherches artistiques; il est impossible de vous adresser pour moi une exhortation, si vous daigniez m'en communiquer.

Le libraire Dupont sur lequel vous me demandez des renseignements, a son fond et est en banqueroute déclarée depuis 18 mois environ; je suis plusieurs savants ont été depuis avec lui ce qui est de très mauvais augure pour lui. Le libraire m'a promis de faire des démarches, pour découvrir si il n'y a pas quelques moyens de vous faire payer, il vous fera savoir ce qu'il apprendra d'utile. Je n'ai jamais pu voir ce se représentait de ces affaires. Les libraires ne peuvent pas vieillir.

Je suis très sensible à l'envoi que vous avez fait de vos prières. Je vous en remercie de tout coeur. Je vous prie de m'excuser de ne vous pas demander comme une grâce de vouloir bien m'indiquer les titres de ceux que vous écrivez en latin car s'entendant pas l'Allemand j'ai bien force de briser la ma curiosité.

Je vous prie de m'excuser de ne vous pas avoir écrit plus tôt. Je suis très occupé de mes affaires et de mes études. Je vous prie de m'excuser de ne vous pas avoir écrit plus tôt. Je suis très occupé de mes affaires et de mes études.

Jusqu'à vous vous occupiez d'Astronomie vous connaissiez sans doute la
 Mécanique céleste par M^r Delambre. Le 4^{ème} volume se parut il y a environ
 deux ans il contient: la théorie des irrégularités de Jupiter et de Saturne et
 de Uranus, la théorie de la perturbation des comètes; des recherches
 sur les réfraction astronomiques, l'intégration de l'équation différentielle
 qui régit le mouvement d'un corps attiré par deux foyers; sur la détermination
 de la hauteur des astres dans l'atmosphère; sur la mesure
 des hauteurs par le baromètre; sur la chute des corps qui tombent d'une
 grande hauteur; et enfin, sur les altérations que les mouvements des planètes
 et des comètes peuvent éprouver par la résistance des milieux qu'elles
 traversent et par la perturbation occasionnée de la gravitation.

M^r Le Gené a publié, aussi il y a quelques temps, un mémoire
 sur la détermination des orbites des comètes. Après avoir fait
 l'analyse du problème il simplifie les formules générales par la
 supposition de l'égalité des temps entre les observations. Il s'attache
 à déterminer les limites de r pour un comète et le p qui s'y rapporte à
 la comète stationnaire. Pour le cas où le rayon R de la terre est
 $\leq r$, les limites viennent à celles trouvées par M^r de la Grange
 (Mémoires de Berlin 1778 N^o 22). Mais pour celui où $r \leq R$ il tire
 de la considération de l'équation $r^2 = R^2 - 2R\rho \cos c + \rho^2$ (dans
 laquelle c est l'angle entre le Soleil et la comète) $r > 0$ et $\rho \leq R$ on
 peut en mettant cette équation sous la forme $r^2 = R^2 \sin^2 c + (\rho - R \cos c)^2$
 et en $r > R \sin c$, ce qui est beaucoup plus simple que les substituts
 de M^r de la Grange.

Je vous prie d'agréer le cas personnel de la part de

Je vous envoie par le même courrier
un livre que vous m'avez demandé dans la dernière
lettre que j'ai reçue. Il est intitulé "Mémoires
de la Société de 1788 et de celle de 1789".

Je il vous est agréable de connaître les ouvrages qui paraissent
ici je ne ferai pas de plaintes de vous tenir sur les avis; ce serait pour
moi un motif d'espérer plutôt de votre correspondance, car je sens
que j'ai bien peu de moyens de la mériter par moi-même et
que je ne puis en être digne que par l'admiration et la
vénération que vous m'avez témoignée.

Je vous prie
c. Rousseau

À Monsieur
Jérôme Le Blanc

Je vous prie de m'adresser
tous les ouvrages que vous m'avez adressés et de
m'en adresser aussi les autres.

Paris le 15 Mars 1803

Monsieur

Je dois vous paraître bien coupable d'avoir tardé si longtemps à vous renvoyer les deux volumes que vous m'avez si aimablement remis, que vous avez bien voulu y joindre; cependant il n'y a pas de ma faute, le paquet m'a été remis qu'il y a huit jours. M^r de la Harpe était en voyage, et n'ayant plus de son adresse, j'ai dû aller chez lui de me le faire tenir; il est vrai que n'espérant pas de vous en attendre si promptement, j'ai l'air de vous en avoir oublié de vous en adresser des lettres qui m'étoient arrivées.

En attendant que je vous envoie les deux volumes que vous m'avez si aimablement remis, j'ai l'air de vous en avoir oublié de vous en adresser des lettres qui m'étoient arrivées. En attendant que je vous envoie les deux volumes que vous m'avez si aimablement remis, j'ai l'air de vous en avoir oublié de vous en adresser des lettres qui m'étoient arrivées. En attendant que je vous envoie les deux volumes que vous m'avez si aimablement remis, j'ai l'air de vous en avoir oublié de vous en adresser des lettres qui m'étoient arrivées.

les deux propositions; savoir: que la détermination d'une forme est imposée de produits des coefficients de ses termes de l'ordre qui exprime

l'adjointe l'est de produits de l'ordre immédiatement supérieur; on obtient par suite de la nature générale des formes

Je regarde comme une faveur, la permission que vous voulez bien m'accorder, de vous communiquer mes faibles efforts, cherchant que vous aurez assez de bonté pour m'avertir des erreurs qui pourroient m'échapper, dans un genre de recherches,

Les nouveaux renseignements que j'ai pris auprès du libraire Duprat ne sont rien moins que satisfaisants; son directeur a dit avoir depuis longtemps terminé ses paiements dont le produit n'est ni si élevé, ni si sûr, mais surtout il n'est point de revenu d'un médiocre emploi et l'avis général de toutes les personnes que j'ai consultées à cet égard, qu'il est presque impossible de tirer de l'argent de lui.

pour vous écrire de nouveau que vous m'en faites accorder la
permission; le retard qu'a éprouvé la venue de votre lettre
est la cause de ce retard. Je vous prie d'accepter
l'assurance de mon profond respect

Le Blanc

N^o 3

Monsieur

Il est si rare de nous supérieurs l'effort pour expliquer le bien
que j'ai prié, de prier le général Pernetty de faire savoir à qui il
paraît convenable, que nous aurons tout à l'ordonner de tout
puissance éclairer.

En me rendant compte de l'honorable mission dont je s'avais
chargé M^r Pernetty m'a mandé qu'il vous avoit fait connaître
mon nom, cette circonstance ne déterminant aucun amour que je
ne vous fuis pas aussi parfaitement inconnus que vous le croyez;
mais que, craignant le ridicule attaché au titre de femme savante,
j'ai autrefois emprunté le nom de M^l Le Blanc pour vous écrire,
et vous communiquer des notes qui, sans doute, ne méritent
pas l'indulgence avec laquelle vous avez bien voulu y répondre.

La reconnaissance que je vous dois pour l'encouragement que
vous m'avez accordé, en me laissant compter vous me comptez
au nombre des amateurs de l'antiquité publique.

Dont vous avez développé les mystères, étoit pour moi un motif
particulier de m'informer de vos nouvelles, dans un moment où
les troubles de la guerre pouvoient inspirer quelques craintes, et
j'ai éprouvé une véritable satisfaction de vous les voir
dans vos foyers aussi tranquille que les circonstances le
permettoient: je craignois cependant que les suites de ces grands
événements ne vous privassent encore longtemps des ouvrages que vous
préparez sur l'astronomie et, surtout de la continuation de
vos recherches mathématiques sur cette partie de la science à laquelle
vous êtes si attaché et j'adopte toujours avec une vive
plaisir l'enchaînement des vérités exposées dans votre livre:
malheureusement la faculté de graver avec force est un attribut
réservé à un petit nombre d'élus privilégiés et je suis
bien sûr de ne rencontrer aucun des développements qui pour-
roient compléter une suite ininterrompue de vos ouvrages.

Je joins à ma lettre une note destinée à vous témoigner que
j'ai conservé pour l'analyse le goût qu'a développé en moi
la lecture de votre ouvrage et qui m'a autrefois inspiré
la confiance de vous adresser mais faibles essais, sans autre
recommandation que celle de vous que la chimie m'a rendu
par les livres une admirateur de ses travaux.

J'espère que la singularité dont je fais aujourd'hui mention
ne sera pas de l'honneur qui nous m'a été accordé sous
son nom impérial et que nous ne de l'aiguille, pas de contacts
quelques instants pour donner des nouvelles de nos nouvelles, en effet
Montier, et l'intérêt que j'y attache à cause l'assurance
de la sincère admiration avec laquelle j'ai l'honneur

D'être

Très humble serviteur
Joseph Guinain

Paris le 25 février 1807

Je suis avec est. aff. ^{très} guinain.
chez son père - Rue St-Ovide de
la Bouteillerie N. 25 à Paris

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Dr. G. G. G.

Monsieur

Je vous dois mille remerciements pour les choses flatteuses dont votre dernière lettre est remplie, je ne les prends qu'à titre d'encouragement et certainement, ma plus grande ambition sera toujours de ne pas me montrer indigne de l'honneur que vous me faites en me promettant de continuer une correspondance à laquelle j'ai tout à gagner.

Vous aurez peut-être peine à trouver un sujet de discussion que je vous ai communiqué et à critiquer l'erreur que j'ai commise, je vous en prie la justice de votre observation et vous m'en direz très franchement. Je m'en rendrai compte et si je ne réussis pas à vous satisfaire complètement je vous enverrai de nouveau, à l'avenir, le même service que je considérerai toujours comme une marque de votre bienveillance.

Comme j'ai vu de récents en France sur les théorèmes de Fermat, j'en ai cherché les démonstrations, j'en joins à ma lettre pour la soumettre à votre jugement, car elles ne me paraissent pas de toute façon très mauvaises.

Vous ne pouvez à l'avenir, me faire de plus grand plaisir qu'en m'envoyant les premières propositions arithmétiques qui vous tomberont

Tout le main : en essayant de le démontrer j'acquiescerai l'habitude d'usage de considération qui est pour moi plus de charme, mais tout le difficile serait trop grande si j'étais réduit à mes propres forces ; car, pour vous dire la vérité, j'avais déjà voulu examiner les résidus puissances plus élevés que le quatriè, mais je n'avais pu pénétrer cette théorie qui est restée d'objet de ma curiosité.

Voici pourtant le petit nombre de propositions auxquelles j'étais parvenue et que je n'oserois vous communiquer si je ne comptais sur l'indulgence à laquelle vous m'avez accoutumée :

p étant un nombre premier, si q est un nombre premier $\leq p-1$, tous les nombres de la série $1, 2, \dots, p-1$, seront résidus puissance $q^{\text{ème}}$ (mod p).

En effet si il en est un tel qu'il ne le soit pas, j'en prendrai plusieurs autres $y^{\text{ème}}$ fois égales entre elles mod p . puis dans le produit qu'elle est $q^{\text{ème}}$ (mod p) quelque nombre 1 et 2 , ... mod p , en passant

r pour racine primitive $r^n \equiv a$ $r^m \equiv b$, n et m étant des nombres $\leq p-1$ par conséquent $r^{n+m} \equiv r^n r^m \equiv a b$, $r^{2n} \equiv r^n r^n \equiv a^2$, $r^{3n} \equiv r^n r^{2n} \equiv a^3$, ... et tout est impossible : parceque q étant premier $\leq p-1$, il faudroit que n qui est essentiellement $\leq$ que $p-1$, fût égal à ce nombre,

si on a au contraire $p-1 = qk$, il y aura parmi les qk nombres $1, 2, \dots, p-1$ des résidus et $(q-1)k$ non résidus, puissance $q^{\text{ème}}$ (mod p).

En effet, soit $r^k \equiv a$, $r^{k+d} \equiv a'$, $r^{2k+d} \equiv a'' \dots \dots r^{(q-1)k+d} \equiv a^{(q-1)}$ on aura évidemment $a^q \equiv a'^q \equiv a''^q \dots \dots \equiv (a^q)^q$, par conséq

puis qu'il y a q puissances $q^{\text{èmes}}$ congruantes entre elles, l'élevation

En puissance, par la grande multitude, par la grande multitude
réelle puissance, Différents entrées, et il y aura par conséquent nombres
de ces entrées.

Le produit de deux résidus qu'on élève à la puissance $q-1$ (mod. $p = 4q+1$), est également un résidu qu'on élève à la puissance $q-1$ (mod. p). En effet, si a et b sont des résidus qu'on élève à la puissance $q-1$ (mod. p), on a $a^{q-1} \equiv 1$ (mod. p) et $b^{q-1} \equiv 1$ (mod. p). Donc $(ab)^{q-1} \equiv 1$ (mod. p), ce qui prouve que ab est un résidu qu'on élève à la puissance $q-1$ (mod. p).

Si on désigne par $2^m, q, q'$ etc. les différents facteurs de $p-2k+1$,
- 1 sera résidu puissance $(2^m - 1)^{\text{ème}}, q^{\text{ème}}, q'^{\text{ème}}$ etc. (mod. p); car, r étant
une racine primitive on aura $r^{p-1} = 1$ et il est clair que $r^2 = (r^{p-1})^2$
: $(r^{2m-1} q q' = (r^{2m-1} q = q'$ etc.

Pour les nombre premiers $L+1$, L est relatif (L^{i-1}) puissance
c'est en effet une suite multipliant de la composition L^{i-1} multipliant

Comme les nombres 2^i sont entiers, on les écrit sous la forme $2^i \cdot 2^j$,
on voit qu'il y a 2^i entiers 2^j qui sont divisibles par 2^i ,
et dont les premiers sont $2^i, 2^{i+1}, \dots, 2^{i+j-1}$.

Il résulte de cette proposition que l'on doit avoir, que dans la
résolution de l'équation du second degré dont les racines sont les
puissances (x^2) , $(x^2)^2$, $(x^2)^3$, $(x^2)^4$, $(x^2)^5$, $(x^2)^6$, $(x^2)^7$, $(x^2)^8$, $(x^2)^9$, $(x^2)^{10}$, $(x^2)^{11}$, $(x^2)^{12}$, $(x^2)^{13}$, $(x^2)^{14}$, $(x^2)^{15}$, $(x^2)^{16}$, $(x^2)^{17}$, $(x^2)^{18}$, $(x^2)^{19}$, $(x^2)^{20}$, $(x^2)^{21}$, $(x^2)^{22}$, $(x^2)^{23}$, $(x^2)^{24}$, $(x^2)^{25}$, $(x^2)^{26}$, $(x^2)^{27}$, $(x^2)^{28}$, $(x^2)^{29}$, $(x^2)^{30}$, $(x^2)^{31}$, $(x^2)^{32}$, $(x^2)^{33}$, $(x^2)^{34}$, $(x^2)^{35}$, $(x^2)^{36}$, $(x^2)^{37}$, $(x^2)^{38}$, $(x^2)^{39}$, $(x^2)^{40}$, $(x^2)^{41}$, $(x^2)^{42}$, $(x^2)^{43}$, $(x^2)^{44}$, $(x^2)^{45}$, $(x^2)^{46}$, $(x^2)^{47}$, $(x^2)^{48}$, $(x^2)^{49}$, $(x^2)^{50}$, $(x^2)^{51}$, $(x^2)^{52}$, $(x^2)^{53}$, $(x^2)^{54}$, $(x^2)^{55}$, $(x^2)^{56}$, $(x^2)^{57}$, $(x^2)^{58}$, $(x^2)^{59}$, $(x^2)^{60}$, $(x^2)^{61}$, $(x^2)^{62}$, $(x^2)^{63}$, $(x^2)^{64}$, $(x^2)^{65}$, $(x^2)^{66}$, $(x^2)^{67}$, $(x^2)^{68}$, $(x^2)^{69}$, $(x^2)^{70}$, $(x^2)^{71}$, $(x^2)^{72}$, $(x^2)^{73}$, $(x^2)^{74}$, $(x^2)^{75}$, $(x^2)^{76}$, $(x^2)^{77}$, $(x^2)^{78}$, $(x^2)^{79}$, $(x^2)^{80}$, $(x^2)^{81}$, $(x^2)^{82}$, $(x^2)^{83}$, $(x^2)^{84}$, $(x^2)^{85}$, $(x^2)^{86}$, $(x^2)^{87}$, $(x^2)^{88}$, $(x^2)^{89}$, $(x^2)^{90}$, $(x^2)^{91}$, $(x^2)^{92}$, $(x^2)^{93}$, $(x^2)^{94}$, $(x^2)^{95}$, $(x^2)^{96}$, $(x^2)^{97}$, $(x^2)^{98}$, $(x^2)^{99}$, $(x^2)^{100}$, $(x^2)^{101}$, $(x^2)^{102}$, $(x^2)^{103}$, $(x^2)^{104}$, $(x^2)^{105}$, $(x^2)^{106}$, $(x^2)^{107}$, $(x^2)^{108}$, $(x^2)^{109}$, $(x^2)^{110}$, $(x^2)^{111}$, $(x^2)^{112}$, $(x^2)^{113}$, $(x^2)^{114}$, $(x^2)^{115}$, $(x^2)^{116}$, $(x^2)^{117}$, $(x^2)^{118}$, $(x^2)^{119}$, $(x^2)^{120}$, $(x^2)^{121}$, $(x^2)^{122}$, $(x^2)^{123}$, $(x^2)^{124}$, $(x^2)^{125}$, $(x^2)^{126}$, $(x^2)^{127}$, $(x^2)^{128}$, $(x^2)^{129}$, $(x^2)^{130}$, $(x^2)^{131}$, $(x^2)^{132}$, $(x^2)^{133}$, $(x^2)^{134}$, $(x^2)^{135}$, $(x^2)^{136}$, $(x^2)^{137}$, $(x^2)^{138}$, $(x^2)^{139}$, $(x^2)^{140}$, $(x^2)^{141}$, $(x^2)^{142}$, $(x^2)^{143}$, $(x^2)^{144}$, $(x^2)^{145}$, $(x^2)^{146}$, $(x^2)^{147}$, $(x^2)^{148}$, $(x^2)^{149}$, $(x^2)^{150}$, $(x^2)^{151}$, $(x^2)^{152}$, $(x^2)^{153}$, $(x^2)^{154}$, $(x^2)^{155}$, $(x^2)^{156}$, $(x^2)^{157}$, $(x^2)^{158}$, $(x^2)^{159}$, $(x^2)^{160}$, $(x^2)^{161}$, $(x^2)^{162}$, $(x^2)^{163}$, $(x^2)^{164}$, $(x^2)^{165}$, $(x^2)^{166}$, $(x^2)^{167}$, $(x^2)^{168}$, $(x^2)^{169}$, $(x^2)^{170}$, $(x^2)^{171}$, $(x^2)^{172}$, $(x^2)^{173}$, $(x^2)^{174}$, $(x^2)^{175}$, $(x^2)^{176}$, $(x^2)^{177}$, $(x^2)^{178}$, $(x^2)^{179}$, $(x^2)^{180}$, $(x^2)^{181}$, $(x^2)^{182}$, $(x^2)^{183}$, $(x^2)^{184}$, $(x^2)^{185}$, $(x^2)^{186}$, $(x^2)^{187}$, $(x^2)^{188}$, $(x^2)^{189}$, $(x^2)^{190}$, $(x^2)^{191}$, $(x^2)^{192}$, $(x^2)^{193}$, $(x^2)^{194}$, $(x^2)^{195}$, $(x^2)^{196}$, $(x^2)^{197}$, $(x^2)^{198}$, $(x^2)^{199}$, $(x^2)^{200}$, $(x^2)^{201}$, $(x^2)^{202}$, $(x^2)^{203}$, $(x^2)^{204}$, $(x^2)^{205}$, $(x^2)^{206}$, $(x^2)^{207}$, $(x^2)^{208}$, $(x^2)^{209}$, $(x^2)^{210}$, $(x^2)^{211}$, $(x^2)^{212}$, $(x^2)^{213}$, $(x^2)^{214}$, $(x^2)^{215}$, $(x^2)^{216}$, $(x^2)^{217}$, $(x^2)^{218}$, $(x^2)^{219}$, $(x^2)^{220}$, $(x^2)^{221}$, $(x^2)^{222}$, $(x^2)^{223}$, $(x^2)^{224}$, $(x^2)^{225}$, $(x^2)^{226}$, $(x^2)^{227}$, $(x^2)^{228}$, $(x^2)^{229}$, $(x^2)^{230}$, $(x^2)^{231}$, $(x^2)^{232}$, $(x^2)^{233}$, $(x^2)^{234}$, $(x^2)^{235}$, $(x^2)^{236}$, $(x^2)^{237}$, $(x^2)^{238}$, $(x^2)^{239}$, $(x^2)^{240}$, $(x^2)^{241}$, $(x^2)^{242}$, $(x^2)^{243}$, $(x^2)^{244}$, $(x^2)^{245}$, $(x^2)^{246}$, $(x^2)^{247}$, $(x^2)^{248}$, $(x^2)^{249}$, $(x^2)^{250}$, $(x^2)^{251}$, $(x^2)^{252}$, $(x^2)^{253}$, $(x^2)^{254}$, $(x^2)^{255}$, $(x^2)^{256}$, $(x^2)^{257}$, $(x^2)^{258}$, $(x^2)^{259}$, $(x^2)^{260}$, $(x^2)^{261}$, $(x^2)^{262}$, $(x^2)^{263}$, $(x^2)^{264}$, $(x^2)^{265}$, $(x^2)^{266}$, $(x^2)^{267}$, $(x^2)^{268}$, $(x^2)^{269}$, $(x^2)^{270}$, $(x^2)^{271}$, $(x^2)^{272}$, $(x^2)^{273}$, $(x^2)^{274}$, $(x^2)^{275}$, $(x^2)^{276}$, $(x^2)^{277}$, $(x^2)^{278}$, $(x^2)^{279}$, $(x^2)^{280}$, $(x^2)^{281}$, $(x^2)^{282}$, $(x^2)^{283}$, $(x^2)^{284}$, $(x^2)^{285}$, $(x^2)^{286}$, $(x^2)^{287}$, $(x^2)^{288}$, $(x^2)^{289}$, $(x^2)^{290}$, $(x^2)^{291}$, $(x^2)^{292}$, $(x^2)^{293}$, $(x^2)^{294}$, $(x^2)^{295}$, $(x^2)^{296}$, $(x^2)^{297}$, $(x^2)^{298}$, $($

$$\begin{aligned} (L', 1) &= L' \left\{ \cos \frac{2}{n} P + \cos \frac{2^2}{n} P + \cos \frac{2^3}{n} P + \cos \frac{2^4}{n} P + \dots + \cos \frac{2^{n-1}}{n} P \right\} \\ &= L' \left\{ \cos \frac{2}{n} P + \cos \frac{2^2}{n} P + \cos \frac{2^3}{n} P + \cos \frac{2^4}{n} P + \dots + \cos \frac{2^{n-1}}{n} P \right\} \\ &= L' \left\{ \cos \frac{2}{n} P + \cos \frac{2^2}{n} P + \cos \frac{2^3}{n} P + \cos \frac{2^4}{n} P + \dots + \cos \frac{2^{n-1}}{n} P \right\} \\ &= L' \left\{ \cos \frac{2}{n} P + \cos \frac{2^2}{n} P + \cos \frac{2^3}{n} P + \cos \frac{2^4}{n} P + \dots + \cos \frac{2^{n-1}}{n} P \right\} \end{aligned}$$

Il est évident que si l'on suppose $p = 2^i + 1$ on trouve que les puissances de 2 sont les seuls nombres premiers qui soient de la forme $2^i + 1$. On trouve de même $(2^{i-1}, 1) > (2^{i-1}, 2^{i-1})$ etc.

et plus généralement pour tout i on a les puissances de 2 qui sont de la forme $2^i + 1$ sont les seuls nombres premiers qui soient de la forme $2^i + 1$. Les différences entre les puissances de 2 sont les seuls nombres premiers qui soient de la forme $2^i + 1$.
 $(2^{i-1}, 1) > (2^{i-1}, 2) > (2^{i-1}, 4) > (2^{i-1}, 8)$
 $(2^{i-2}, 1) > (2^{i-2}, 2) > (2^{i-2}, 4) > (2^{i-2}, 8) > (2^{i-2}, 16) > (2^{i-2}, 32) > (2^{i-2}, 64) > (2^{i-2}, 128)$
 etc.

Par exemple, pour $p = 2^5 + 1$, 2 est simplement un carré et on trouve $(2, 1) > (2, 9)$
 $(2, 1) > (2, 2) > (2, 4) > (2, 8)$
 pour $p = 3$ on a $2^4 = 16, 2^2 = 4, 2^0 = 1$
 pour $p = 5$ on a $2^4 = 16, 2^2 = 4, 2^0 = 1$

Je vois avec regret que l'ouvrage que vous faites imprimer est écrit en allemand, — ce qui m'est entièrement inconnu, mais je le salue tout de même. L'apprendre un peu, comme j'ai fait la latine, afin de n'être pas privée de la communication de vos ouvrages. — Je vous prie de m'excuser si, à cause de ce défaut de cette malheureuse langue, je fais des vœux pour que la continuation de vos ouvrages de ce genre ne soit pas interrompue. — Je vous prie de m'excuser si, à cause de ce défaut de cette malheureuse langue, je fais des vœux pour que la continuation de vos ouvrages de ce genre ne soit pas interrompue. — Je vous prie de m'excuser si, à cause de ce défaut de cette malheureuse langue, je fais des vœux pour que la continuation de vos ouvrages de ce genre ne soit pas interrompue.

Le 27 juin 1807

Marie-Anne Sophie Germain





